JORAPI : Journal of Research and Publication Innovation
Vol. 3, No. 2, April 2025 **ISSN : 2985-4768**
Halaman : 191-197

ANALISA PERFORMA METODE NEWTON-RAPHSON DAN ITERASI TITIK TETAP UNTUK MENYELESAIKAN AKAR SISTEM PERSAMAAN NON-LINIER

Iis Aisyah[1] and Aulia Ikhsan[2]

[1]Teknik Informatika, Universitas Pamulang, Jl. Puspitek Raya No. 10, Indonesia, 15417
e-mail: [1]dosen02694@unpam.ac.id

[2]Teknik Informatika, Universitas Pamulang, Jl. Puspitek Raya No. 10, Indonesia, 15417
e-mail: [2]dosen02691@unpam.ac.id

Abstract

Non-linear equations are one of the fundamental problems that often arise in various scientific disciplines, such as physics, engineering, economics and computer science. Solving non-linear equations analytically is often not possible due to the complex nature of the functions involved. Therefore, numerical methods such as Newton-Raphson and Fixed Point Iteration are the main choice to approach solutions with high accuracy. This research aims to analyze the performance of the two methods in solving systems of non-linear equations. The analysis is carried out by comparing aspects of convergence speed, solution accuracy, and stability to changes in initial values and the nature of the function being analyzed. The Newton-Raphson method is known for its fast quadratic convergence, but requires derivatives of functions that are not always practical to calculate. Meanwhile, the Fixed Point Iteration method is simpler in implementation, but has slower linear convergence and relies heavily on the selection of recursive functions and initial values. The research results show that the Newton-Raphson method is superior in terms of convergence speed, especially for functions with derivatives that can be calculated easily. On the other hand, Fixed Point Iteration is more flexible for use on functions without explicit derivatives, although it requires more iterations to achieve the same accuracy. This research provides guidance for practitioners in choosing the most appropriate numerical method based on the characteristics of the problems faced, so that it can be implemented optimally in various application fields.

Keywords: Non-linear, Raphson, Fixed Point Iteration, Numerical Methods, Convergence

Abstrak

Persamaan non-linier merupakan salah satu persoalan fundamental yang sering muncul dalam berbagai disiplin ilmu, seperti fisika, teknik, ekonomi, dan ilmu komputer. Menyelesaikan persamaan non-linier secara analitik sering kali tidak memungkinkan karena sifat kompleks fungsi-fungsi yang terlibat. Oleh karena itu, metode numerik seperti Newton-Raphson dan Iterasi Titik Tetap menjadi pilihan utama untuk mendekati solusi dengan akurasi tinggi. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis performa kedua metode tersebut dalam menyelesaikan sistem persamaan non-linier. Analisis dilakukan dengan membandingkan aspek kecepatan konvergensi, akurasi solusi, serta stabilitas terhadap perubahan nilai awal dan sifat fungsi yang dianalisis. Metode Newton-Raphson dikenal dengan konvergensi kuadratik yang cepat, namun membutuhkan turunan fungsi yang tidak selalu praktis untuk dihitung. Sementara itu, metode Iterasi Titik Tetap lebih sederhana dalam implementasi, tetapi memiliki konvergensi linier yang lebih lambat dan sangat bergantung pada pemilihan fungsi rekursif serta nilai awal. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode Newton-Raphson unggul dalam hal kecepatan konvergensi, terutama pada fungsi-fungsi dengan turunan yang dapat dihitung dengan mudah. Di sisi lain, Iterasi Titik Tetap lebih fleksibel untuk digunakan pada fungsi tanpa turunan yang eksplisit, meskipun membutuhkan iterasi lebih banyak untuk mencapai akurasi yang sama. Penelitian ini memberikan panduan bagi para praktisi dalam memilih metode numerik yang paling sesuai berdasarkan karakteristik permasalahan yang dihadapi, sehingga dapat diimplementasikan secara optimal di berbagai bidang aplikasi.

Kata Kunci : Non-linier, Raphson, Iterasi Titik Tetap, Metode Numerik, Konvergensi

1. PENDAHULUAN

Dalam dunia matematika terapan dan komputasi, mencari akar persamaan non-linier merupakan salah satu masalah fundamental yang sering dihadapi dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan. Persoalan ini muncul di berbagai disiplin ilmu, seperti fisika, teknik, ekonomi, dan ilmu komputer. Di dalam setiap disiplin tersebut, seringkali terdapat permasalahan yang melibatkan persamaan non-linier yang perlu diselesaikan untuk mendapatkan solusi yang sesuai. Sebagai contoh, dalam bidang fisika, persamaan non-linier sering muncul dalam model-model yang melibatkan dinamika fluida atau sistem kuantum, sementara di bidang teknik, persamaan non-linier banyak ditemui pada analisis rangkaian listrik, mekanika struktur, hingga pengendalian sistem. Dalam konteks ilmu ekonomi dan ilmu komputer, persamaan non-linier digunakan dalam model-model ekonomi, optimasi, serta algoritma pembelajaran mesin.

Persamaan non-linier adalah persamaan yang melibatkan variabel pangkat lebih dari satu, atau fungsi yang tidak linier seperti fungsi eksponensial, logaritmik, dan trigonometri. Persamaan jenis ini biasanya lebih sulit diselesaikan dibandingkan dengan persamaan linier. Hal ini disebabkan oleh karakteristik dari fungsi non-linier yang cenderung memiliki kurva yang lebih kompleks, tidak memiliki solusi yang mudah ditemukan, dan kadang-kadang solusi tidak dapat dinyatakan secara analitik. Oleh karena itu, pendekatan numerik menjadi sangat diperlukan untuk menyelesaikan sistem persamaan non-linier ini secara efisien dan akurat.

Metode numerik adalah salah satu teknik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan ini. Menurut Mahmul dan Yudhi, metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan masalah-masalah matematis agar dapat dipecahkan dengan perhitungan komputasi. Salah satu kelebihan utama dari metode numerik adalah kemampuannya untuk menyelesaikan persamaan linier maupun non-linier yang tidak dapat diselesaikan secara analitis. Metode ini memberikan solusi mendekati yang cukup akurat melalui penggunaan sumber daya komputasi, sehingga sangat relevan dan penting dalam dunia sains dan teknologi modern.

Dalam menyelesaikan persamaan non-linier, terdapat dua kategori besar dari metode numerik yang sering digunakan, yaitu metode tertutup dan metode terbuka. Metode tertutup, atau disebut juga metode interval, melibatkan pencarian solusi dalam interval tertentu berdasarkan sifat-sifat fungsi yang dianalisis. Contoh dari metode tertutup adalah metode grafis, metode biseksi, dan metode regulafalsi. Pendekatan ini biasanya memanfaatkan perubahan tanda fungsi untuk menentukan adanya akar dalam suatu interval. Kelebihan dari metode tertutup adalah jaminan konvergensi, karena akar pasti berada di dalam interval yang dianalisis. Namun, metode ini cenderung lebih lambat dalam mencapai solusi karena memerlukan pembagian interval yang semakin kecil untuk mencapai ketelitian yang diinginkan.

Sementara itu, metode terbuka tidak memerlukan interval awal tertentu, tetapi memerlukan nilai awal yang baik agar proses iterasi dapat berjalan dengan lancar. Dua metode terbuka yang sering digunakan adalah metode Newton-Raphson dan metode Iterasi Titik Tetap. Kedua metode ini adalah metode iteratif yang bertujuan untuk mendekati akar dari persamaan non-linier. Namun, meskipun memiliki tujuan yang sama, pendekatan yang digunakan oleh masing-masing metode sangat berbeda. Penelitian ini akan fokus pada perbandingan kedua metode ini, dengan melihat performa dari segi kecepatan konvergensi, akurasi, serta stabilitas solusi yang dihasilkan.

Metode Newton-Raphson adalah salah satu metode numerik yang paling populer untuk menyelesaikan persamaan non-linier. Metode ini dikenal dengan konvergensi yang sangat cepat, terutama jika nilai tebakan awal mendekati akar sebenarnya. Pendekatan Newton-Raphson menggunakan turunan dari fungsi yang sedang dianalisis untuk melakukan perbaikan iteratif terhadap nilai tebakan awal. Rumus dasar dari metode ini adalah sebagai berikut:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

Pada setiap iterasi, nilai akar baru x_{n+1} dihitung dengan mengurangi hasil bagi antara fungsi $f(x_n)$ dan turunannya $f'(x_n)$. Iterasi berlanjut hingga perbedaan antara dua iterasi berturut-turut cukup kecil, yang menunjukkan bahwa nilai akar telah ditemukan.

Kelebihan utama dari metode Newton-Raphson adalah tingkat konvergensinya yang sangat cepat, bersifat kuadratik, yang berarti bahwa jumlah iterasi yang diperlukan untuk mencapai solusi biasanya sedikit. Namun, metode ini memiliki beberapa kelemahan. Salah satu kekurangan terbesar adalah bahwa metode ini memerlukan turunan dari fungsi $f(x)$, yang mungkin sulit atau tidak praktis untuk dihitung, terutama untuk fungsi-fungsi yang rumit. Selain itu, jika nilai tebakan awal tidak cukup dekat dengan akar sebenarnya, metode ini bisa saja gagal untuk konvergen atau mengarah pada solusi yang tidak diinginkan.

Di sisi lain, metode Iterasi Titik Tetap adalah metode yang lebih sederhana dalam penerapannya dibandingkan dengan Newton-Raphson, karena tidak memerlukan perhitungan turunan. Metode ini didasarkan pada bentuk persamaan $x = g(x)$, di mana fungsi $x = g(x)$ dirumuskan sedemikian rupa sehingga solusi iteratif dapat dicari. Persamaan iteratif untuk metode ini adalah sebagai berikut:

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

Iterasi berlanjut hingga selisih antara dua iterasi berturut-turut menjadi cukup kecil. Metode ini mudah diterapkan dan cocok untuk berbagai jenis persamaan non-linier, selama fungsi $g(x)$ dan nilai awal yang digunakan berada dalam domain konvergensi.

Namun, kelemahan utama dari metode Iterasi Titik Tetap adalah kecepatan konvergensi yang lebih lambat dibandingkan dengan metode Newton-Raphson. Konvergensinya umumnya bersifat linier, yang berarti memerlukan lebih banyak iterasi untuk mencapai solusi yang mendekati akar. Selain itu, metode ini sangat sensitif terhadap pilihan fungsi $g(x)$ dan nilai awal x_0, sehingga dalam beberapa kasus metode ini tidak dapat konvergen atau memerlukan modifikasi pada fungsi $g(x)$ agar konvergensi dapat tercapai.

Meskipun kedua metode ini bertujuan untuk menemukan akar dari persamaan non-linier, perbandingan berbagai aspek dari masing-masing metode menunjukkan bahwa keduanya memiliki kelebihan dan kelemahannya sendiri. Metode Newton-Raphson terkenal karena kecepatan konvergensinya yang tinggi, khususnya jika fungsi yang dianalisis memiliki turunan yang dapat dihitung dengan mudah. Dengan konvergensi kuadratik, metode ini mampu menemukan solusi dengan cepat, terutama jika nilai awal yang digunakan cukup dekat dengan akar yang dicari. Namun, dalam kasus di mana fungsi yang dianalisis memiliki turunan yang rumit atau sulit dihitung, metode ini mungkin menjadi kurang praktis.

Di sisi lain, metode Iterasi Titik Tetap menawarkan kesederhanaan dalam penerapan karena hanya memerlukan fungsi asli tanpa perlu menghitung turunan. Hal ini memberikan fleksibilitas tambahan dalam penerapan metode ini pada berbagai jenis persamaan non-linier. Meski demikian, metode ini sering kali memerlukan nilai awal yang baik dan fungsi $g(x)$ yang tepat agar konvergensi dapat tercapai. Kecepatan konvergensi yang relatif lambat dibandingkan dengan metode Newton-Raphson juga merupakan kelemahan yang perlu diperhatikan.

Dua karakteristik yang berbeda ini memberikan alasan kuat untuk membandingkan kedua metode tersebut, baik dari segi kecepatan konvergensi, akurasi, hingga stabilitas solusi. **Metode Newton-Raphson** mungkin unggul dalam hal kecepatan konvergensi, terutama pada masalah-masalah di mana turunan dapat dihitung dengan mudah. Namun, dalam situasi di mana turunan tidak tersedia atau sulit dihitung, **metode Iterasi Titik Tetap** dapat menjadi pilihan yang lebih sederhana dan mudah diterapkan.

Penelitian ini bertujuan untuk melakukan perbandingan yang mendalam antara kedua metode ini dalam menyelesaikan sistem persamaan non-linier. Selain itu, penelitian juga akan menganalisis situasi-situasi spesifik di mana salah satu metode lebih unggul dari metode lainnya. Tujuan utama dari penelitian ini adalah untuk memberikan analisis performa dari segi:

1. **Kecepatan konvergensi**, yaitu seberapa cepat metode mencapai solusi yang mendekati akar dari persamaan non-linier.
2. **Akurasi solusi**, yaitu sejauh mana hasil perhitungan mendekati nilai akar sebenarnya.
3. **Stabilitas metode**, yaitu konsistensi metode dalam mencapai solusi ketika diterapkan pada berbagai jenis persamaan non-linier dan nilai awal yang berbeda.

Dengan melakukan analisis ini, diharapkan penelitian ini dapat memberikan panduan yang lebih jelas mengenai kondisi di mana metode Newton-Raphson dan metode Iterasi Titik Tetap dapat digunakan secara optimal, sehingga memberikan kontribusi terhadap pemecahan masalah persamaan non-linier dalam berbagai disiplin ilmu.

2. PENELITIAN YANG TERKAIT

Berikut adalah jurnal yang terkait dengan judul penelitian terkait :

a. **Penerapan Metode Newton Raphson Untuk Pencarian Akar Pada Fungsi Kompleks**
Penelitian ini membahas penerapan **Metode Newton-Raphson** untuk mencari akar persamaan pada fungsi kompleks. Hasilnya menunjukkan bahwa metode ini efektif tidak hanya secara analitik, tetapi juga melalui pendekatan numerik, sehingga cocok untuk menyelesaikan persamaan matematika yang kompleks.
b. **Perbandingan Metode Newton-Raphson & Metode Secant Untuk Mencari Akar Persamaan Dalam Sistem Persamaan Non-Linier**
Penelitian ini membandingkan **Metode Newton-Raphson** dan **Metode Secant** dalam menyelesaikan sistem persamaan non-linear.

Hasilnya menunjukkan bahwa Newton-Raphson lebih akurat dengan selisih sekitar 0,00035 dibandingkan Secant, menunjukkan keunggulan Newton-Raphson dalam hal presisi.

c. **Perbandingan Kecepatan Konvergensi Akar Persamaan Non Linier Metode Titik Tetap dengan Metode Newton Raphson Menggunakan Metode Matlab**
Penelitian ini membandingkan kecepatan konvergensi antara **Metode Iterasi Titik Tetap** dan **Metode Newton-Raphson**. Hasilnya menunjukkan bahwa Newton-Raphson lebih cepat konvergen, dengan rata-rata 64% lebih cepat, menunjukkan efisiensi metode ini dalam menyelesaikan persamaan non-linear.

d. **Modifikasi Garis Singgung Untuk Mempercepat Iterasi Pada Metode Newton Raphson**
Penelitian ini memodifikasi **Metode Newton-Raphson** dengan memodifikasi garis singgung untuk mempercepat iterasi. Hasilnya menunjukkan bahwa modifikasi ini dapat meningkatkan kecepatan konvergensi, sehingga meningkatkan efisiensi metode tersebut.

e. **Analisis Numerik Dalam Penentuan Kecepatan Gerak Penerjun Payung**
Penelitian ini menggunakan **Metode Secant** untuk menentukan koefisien hambat gerak penerjun payung. Hasilnya menunjukkan bahwa Secant efektif, dengan hanya membutuhkan 4 iterasi untuk mencapai hasil yang akurat, menunjukkan bahwa Secant dapat menjadi alternatif yang baik dalam kasus tertentu.

f. **Analisis Metode Newton-Raphson Ganda Orde Konvergensi Empat Dalam Menyelesaikan Sistem Persamaan Non Linear**
Penelitian ini mengembangkan **Metode Newton-Raphson Ganda** dengan orde konvergensi empat untuk menyelesaikan sistem persamaan non-linear. Hasilnya menunjukkan bahwa metode ini efektif dalam menyelesaikan persamaan non-linear yang kompleks.

g. **Aplikasi Metode Newton Raphson dalam Analisis Suku Bunga Kredit Kendaraan Bermotor (Studi Kasus Kredit Motor Yamaha Gear 125)**
Penelitian ini menerapkan **Metode Newton-Raphson** dalam analisis suku bunga kredit kendaraan bermotor. Hasilnya menunjukkan bahwa metode ini dapat digunakan untuk menganalisis suku bunga dengan tingkat akurasi yang baik, meskipun tingkat suku bunga bervariasi setiap masa angsuran.

h. **Aplikasi Metode Newton-Raphson Untuk Menghampiri Solusi Persamaan Non Linear**
Penelitian ini menggunakan **Metode Newton-Raphson** untuk menghampiri solusi persamaan non-linear. Hasilnya menunjukkan bahwa metode ini valid dan dapat digunakan untuk mencari akar-akar persamaan lainnya, dengan bantuan pemrograman Turbo Pascal.

i. **Multiplisitas Newton dan Titik Tetap Atraktif Dalam Menentukan Kekonvergenan**
Penelitian ini membahas **Metode Newton** dan **Metode Titik Tetap** dalam menentukan kekonvergenan. Hasilnya menunjukkan bahwa Newton lebih lambat dalam kasus akar fungsi dengan multiplisitas lebih dari satu, tetapi tetap efektif untuk akar fungsi dengan multiplisitas tunggal.

j. **Efisiensi Penyelesaian Numerik Persamaan Non-Linear Dengan Metode Newton Raphson dan Metode Secant Menggunakan Program Software Berbasis Python**
Penelitian ini membandingkan efisiensi **Metode Newton-Raphson** dan **Metode Secant** menggunakan program berbasis Python. Hasilnya menunjukkan bahwa Newton-Raphson lebih efisien dalam menyelesaikan fungsi polinomial, eksponen, dan trigonometri, dengan efisiensi 16%, 22%, dan 24% lebih tinggi dibandingkan Secant.

Kesimpulan Umum:

- **Metode Newton-Raphson** secara umum lebih unggul dalam hal kecepatan konvergensi, akurasi, dan efisiensi dibandingkan metode lain seperti Secant dan Iterasi Titik Tetap.
- **Metode Secant** juga efektif dalam kasus tertentu, terutama ketika iterasi yang dibutuhkan lebih sedikit.
- Modifikasi dan pengembangan pada **Metode Newton-Raphson** (seperti modifikasi garis singgung atau Newton-Raphson Ganda) dapat meningkatkan kinerja metode tersebut.
- Aplikasi metode numerik seperti Newton-Raphson dan Secant dapat digunakan dalam berbagai bidang, mulai dari matematika, fisika, hingga analisis keuangan.

3. METODE PENELITIAN

a. Analisis Kebutuhan

Penelitian ini bertujuan membandingkan performa **Metode Newton-Raphson** dan **Metode Iterasi Titik Tetap** dalam menyelesaikan akar sistem persamaan non-linier. Pendekatan yang digunakan meliputi:

- **Simulasi Numerik**: Menggunakan Microsoft Excel untuk mengimplementasikan kedua metode.

- **Pengukuran Efisiensi**: Berdasarkan jumlah iterasi dan waktu eksekusi.
- **Pengukuran Akurasi**: Berdasarkan selisih hasil terhadap akar sebenarnya.
- **Sumber Data**: Menggunakan data sekunder berupa persamaan non-linier dari literatur dan persamaan acak yang mewakili fungsi eksponensial, trigonometri, dan polinomial.

b. Pemilihan Fungsi Non-Linier

Fungsi non-linier dipilih berdasarkan kriteria:

- **Keragaman Bentuk**: Fungsi dengan berbagai bentuk (polinomial, eksponensial, trigonometri).
- **Kompleksitas**: Fungsi yang menantang untuk menguji efektivitas metode.
- **Keberadaan Akar**: Fungsi yang memiliki akar nyata yang dapat ditemukan.

Contoh persamaan yang diuji:

- f(x)=ex−3x2*f*(*x*)=*ex*−3*x*2
- f(x)=sin(x)−x2*f*(*x*)=sin(*x*)−*x*2
- f(x)=x3−2x−5*f*(*x*)=*x*3−2*x*−5

c. Proses Penelitian

Tahapan penelitian meliputi:

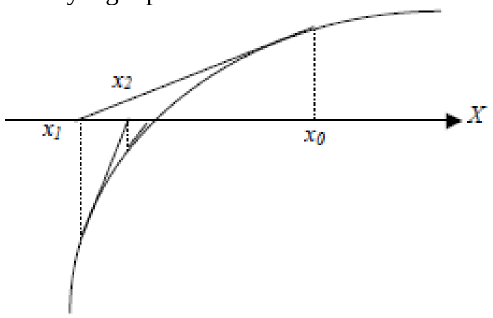
1. **Pemilihan Persamaan Uji**: Memilih persamaan non-linier yang relevan dan bervariasi dalam kompleksitas.
2. **Implementasi Metode**:
   - **Newton-Raphson**: Menggunakan algoritma iteratif dengan pendekatan gradien.
   - **Iterasi Titik Tetap**: Mengubah persamaan menjadi bentuk x=g(x)*x*=*g*(*x*) dan melakukan iterasi.
3. **Pengukuran Kinerja**:
   - **Jumlah Iterasi**: Banyaknya iterasi yang dibutuhkan untuk mencapai solusi.
   - **Konvergensi**: Kecepatan metode mendekati akar sebenarnya.
   - **Akurasi**: Selisih antara solusi numerik dan solusi eksak.

d. **Analisis Data**:

- **Statistik Deskriptif**: Membandingkan performa kedua metode.
- **Visualisasi Data**: Grafik konvergensi dan tabel hasil.
- **Uji Sensitivitas**: Menguji pengaruh nilai awal pada metode Newton-Raphson dan kondisi konvergensi pada Iterasi Titik Tetap.

e. Metode Newton-Raphson

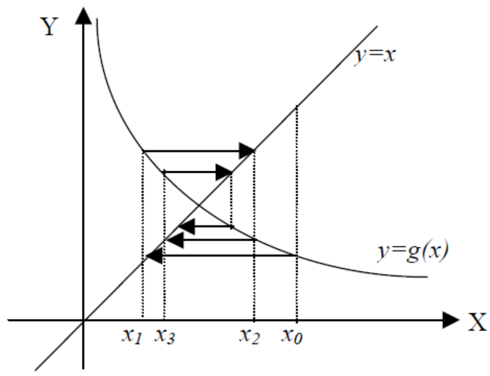
- **Konsep**: Menggunakan pendekatan satu titik awal dan gradien (slope) untuk iterasi.
- **Algoritma**:
  1. Definisikan f(x)*f*(*x*) dan f′(x)*f*′(*x*).
  2. Tentukan toleransi ϵ*ϵ* dan iterasi maksimum Nmax*N*max.
  3. Tentukan tebakan awal x0*x*0.
  4. Hitung xn+1=xn−f(xn)f′(xn)*xn*+1=*xn*−*f*′(*xn*)*f*(*xn*) hingga f(x)<ϵ*f*(*x*)<*ϵ* atau mencapai Nmax*N*max.
  5. Akar persamaan adalah nilai x*x* terakhir yang diperoleh.



Gambar 1. Ilustrasi Metode Newton-Raphson

f. Metode Iterasi Titik Tetap

- **Konsep**: Mengubah persamaan non-linier menjadi bentuk x=g(x)*x*=*g*(*x*) dan melakukan iterasi.
- **Algoritma**:
  1. Definisikan f(x)*f*(*x*) dan g(x)*g*(*x*).
  2. Tentukan toleransi ϵ*ϵ* dan iterasi maksimum Nmax*N*max.
  3. Tentukan tebakan awal x0*x*0.
  4. Hitung xi=g(xi−1)*xi*=*g*(*xi*−1) hingga f(x)<ϵ*f*(*x*)<*ϵ* atau mencapai Nmax*N*max.
  5. Akar persamaan adalah nilai x*x* terakhir yang diperoleh.



Gambar 2. Ilustrasi Metode Iterasi Titik Tetap

g. Analisis Hasil Eksperimen

- **Analisis Deskriptif**: Membandingkan jumlah iterasi dan akurasi kedua metode.
- **Visualisasi Data**: Grafik konvergensi untuk menunjukkan pendekatan ke akar.

- **Uji Sensitivitas**: Mengevaluasi pengaruh nilai awal pada metode Newton-Raphson dan kondisi konvergensi pada Iterasi Titik Tetap.

f. Kriteria Keberhasilan Penelitian

Penelitian dianggap berhasil jika mampu menunjukkan:

- **Akurasi**: Kemampuan menemukan akar persamaan non-linier.
- **Efisiensi**: Jumlah iterasi dan waktu komputasi yang optimal.
- **Stabilitas dan Konvergensi**: Kinerja metode berdasarkan variasi nilai awal.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk mengimplementasikan penelitian ini, peneliti menggunakan bahasa program Python untuk membantu dalam menguji persamaan menggunakan metode Newton Raphson dan Metode Iterasi Titik Tetap. Untuk menganalisis performa kedua metode numerik, yaitu **Metode Newton-Raphson** dan **Iterasi Titik Tetap**, dilakukan percobaan terhadap sejumlah fungsi matematika yang berbeda. Kedua metode ini digunakan untuk menemukan akar (solusi) dari fungsi-fungsi tersebut, yang diukur berdasarkan ketepatan solusi yang ditemukan serta jumlah iterasi yang dibutuhkan untuk mencapai konvergensi dalam rentang toleransi yang ditentukan. Kode berikut ini menunjukkan implementasi dan pengujian kedua metode pada sejumlah fungsi dengan berbagai tebakan awal.

Metode numerik memainkan peran penting dalam menemukan akar dari persamaan non-linear, terutama ketika solusi analitik tidak memungkinkan. Dalam penelitian ini, dua metode numerik, yaitu **Newton-Raphson** dan **Iterasi Titik Tetap,** digunakan untuk menemukan akar dari tiga fungsi non-linear yang berbeda. Setiap metode diuji menggunakan nilai awal tertentu, dengan toleransi kesalahan $tol = 10^{-6}$ dan iterasi maksimum 100.

Metode Newton-Raphson memanfaatkan informasi turunan untuk mempercepat konvergensi, dengan laju konvergensi kuadratik jika nilai awal cukup dekat dengan akar. Sebaliknya, metode Iterasi Titik Tetap menggunakan transformasi fungsi untuk mencapai solusi, meskipun konvergensinya bersifat linier. Kedua metode diuji pada fungsi-fungsi berikut:

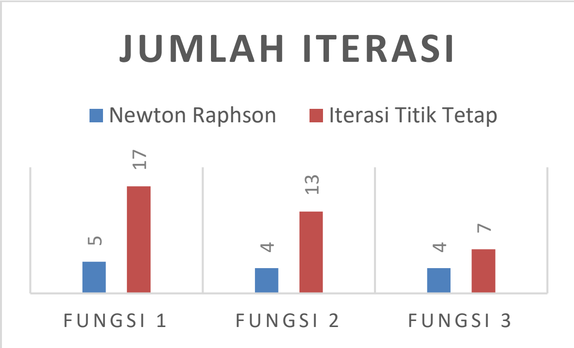
- Fungsi 1 : $f(x) = e^x - 3x^2$
- Fungsi 2 : $f(x) = \sin(x) - x^2$
- Fungsi 3 : $f(x) = x^3 - 2x - 5$

Hasil perhitungan berupa nilai akar yang ditemukan dan jumlah iterasi yang dibutuhkan disajikan dalam Tabel 4.1 berikut:

Tabel 1 Hasil Perhitungan

Fungsi	Metode	Akar (x)	i_n	Ket
1	Newton-Raphson	0.910008	5	Konvergen
	Iterasi Titik Tetap	0.910007	17	Konvergen
2	Newton-Raphson	0.876726	4	Konvergen
	Iterasi Titik Tetap	0.876726	13	Konvergen
3	Newton-Raphson	2.094551	4	Konvergen
	Iterasi Titik Tetap	2.094551	7	Konvergen

Hasil ini menunjukkan bahwa kedua metode mampu menemukan akar dari setiap fungsi dengan tingkat keakuratan yang sama. Namun, jumlah iterasi yang dibutuhkan untuk mencapai toleransi error sangat bervariasi antara kedua metode, yang akan dijelaskan lebih detail yang disajikan dalam bentuk tabel dan visualisasi grafik, beberapa kesimpulan utama dapat diambil terkait aspek jumlah iterasi, konvergensi, dan akurasi:

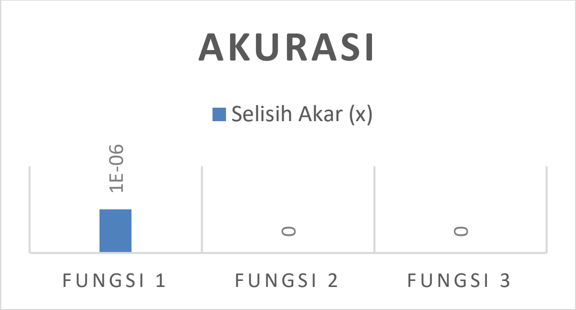


Gambar 3. Grafik Jumlah Iterasi

Dari grafik jumlah iterasi, terlihat bahwa metode Newton-Raphson membutuhkan lebih sedikit iterasi dibandingkan metode Iterasi Titik Tetap untuk semua fungsi. Secara khusus:

- Untuk $f(x) = e^x - 3x^2$, metode Newton-Raphson memerlukan 5 iterasi, sementara Iterasi Titik Tetap memerlukan 17 iterasi.
- Untuk $f(x) = \sin(x) - x^2$, Newton-Raphson membutuhkan 4 iterasi, sementara Iterasi Titik Tetap membutuhkan 13 iterasi.
- Untuk $f(x) = x^3 - 2x - 5$, Newton-Raphson memerlukan 4 iterasi, dibandingkan Iterasi Titik Tetap yang memerlukan 7 iterasi.

Hal ini menunjukkan bahwa metode Newton-Raphson memiliki tingkat konvergensi yang lebih cepat dibandingkan metode Iterasi Titik Tetap.



Gambar 4. Grafik Total Akurasi

Grafik selisih akurasi menunjukkan bahwa hasil antara kedua metode memiliki perbedaan yang sangat kecil, yakni mendekati toleransi error yang ditentukan (10^{-6}). Untuk semua fungsi, baik Newton-Raphson maupun Iterasi Titik Tetap memberikan akar yang identik hingga enam desimal:

- Untuk $f(x) = e^x - 3x^2$, 0.910008 (Newton-Raphson) vs. 0.910007 (Iterasi Titik Tetap).
- Untuk $f(x) = \sin(x) - x^2$, 0.876726 (identik).
- Untuk $f(x) = x^3 - 2x - 5$, 2.094551 (identik).

Ini menunjukkan bahwa meskipun metode Newton-Raphson lebih efisien, metode Iterasi Titik Tetap tetap dapat menghasilkan hasil dengan tingkat akurasi yang memadai.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan analisis dan hasil perhitungan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan beberapa poin penting terkait metode numerik Newton-Raphson dan Iterasi Titik Tetap:

1. **Efisiensi Konvergensi**:
   Metode Newton-Raphson menunjukkan keunggulan dalam hal kecepatan konvergensi, dengan jumlah iterasi yang lebih sedikit dibandingkan metode Iterasi Titik Tetap. Hal ini menjadikannya pilihan yang lebih baik untuk fungsi-fungsi kompleks yang memerlukan solusi cepat.
2. **Akurasi**:
   Meskipun Iterasi Titik Tetap membutuhkan lebih banyak iterasi, kedua metode memberikan hasil yang sangat akurat hingga toleransi error yang telah ditentukan (10^{-6}). Perbedaan hasil antara kedua metode sangat kecil, menunjukkan bahwa keduanya andal dalam memberikan solusi.
3. **Kondisi Aplikasi**:
   Pemilihan metode numerik harus mempertimbangkan kondisi spesifik masalah. Newton-Raphson lebih cocok digunakan jika fungsi memiliki turunan yang mudah dihitung dan efisiensi waktu menjadi prioritas. Sebaliknya, Iterasi Titik Tetap menjadi alternatif yang baik jika turunan fungsi sulit atau tidak tersedia.

DAFTAR PUSTAKA

[1] A. Ikhsan and I. Aisyah, "Analisis kepuasan siswa terhadap layanan sekolah menggunakan Fuzzy Inference System metode Tsukamoto," *Jurnal ESIT (E-Bisnis, Sistem Informasi, Teknologi Informasi)*, vol. 17, no. 3, 2022.

[2] K. Atkinson and W. Han, *Elementary Numerical Analysis*, 3rd ed. Wiley, 2003.

[3] B. S. Erviana, Amrullah, T. W. Triutami, and S. Subarinah, "Efisiensi penyelesaian numerik persamaan non-linear dengan metode Newton Raphson dan metode secant menggunakan program software berbasis Python," *Pendas : Jurnal Ilmiah Pendidikan Dasar*, pp. 1719–1729, 2023.

[4] I. Aisyah and A. Ikhsan, "Pengenalan Google Drive sebagai media penyimpanan berbasis digital kepada siswa dan siswi SMP Cahaya Ashilla," *JAMAIKA: Jurnal Abdi Masyarakat*, vol. 2, no. 2, 2022.

[5] Intisari, "Analisis metode Newton-Raphson ganda orde konvergensi empat dalam menyelesaikan sistem persamaan nonlinear," *Buletin Ilmiah Math. Stat. dan Terapannya (Bimaster)*, pp. 213–220, 2019.

[6] Jurnal Ilmiah MATRIK, "Multiplisitas Newton dan titik tetap atraktif dalam menentukan kekonvergenan," pp. 333–338, 2020.

[7] J. Lolowang, "Analisis numerik dalam penentuan kecepatan gerak penerjun payung," *Jurnal Pendidikan Fisika UNIMA*, pp. 52–56, 2020.

[8] Maxrizal, "Modifikasi garis singgung untuk mempercepat iterasi pada metode Newton Raphson," *EULER: Jurnal Ilmiah Matematika, Sains dan Teknologi*, pp. 351–360, 2023.

[9] Nurwahidah, A. Hasan, and A. Bani, "Aplikasi metode Newton-Raphson dalam analisis suku bunga kredit kendaraan bermotor (studi kasus kredit motor Yamaha Gear 125)," *Jurnal Matematika dan Statistika*, pp. 130–133, 2023.

[10] J. Ritonga and D. Suryana, "Perbandingan kecepatan konvergensi akar persamaan non linier metode titik tetap dengan metode Newton Raphson menggunakan MATLAB," *Jurnal Informatika dan Sistem Informasi*, pp. 51–64, 2019.

[11] Rochmad, "Aplikasi metode Newton-Raphson untuk menghampiri solusi persamaan non linear," *Jurnal MIPA*, pp. 193–200, 2013.

[12] E. Sunandar and Indrianto, "Perbandingan metode Newton-Raphson & metode secant untuk mencari akar persamaan dalam sistem persamaan non-linier," *Jurnal Pengkajian dan Penerapan Teknik Informatika*, pp. 72–79, 2020.

[13] M. Syafi'i, R. Ridhallah, and R. A. Nur, "Penerapan metode Newton Raphson untuk pencarian akar pada fungsi kompleks," *JOSTECH*, pp. 71–78, 2023.